全品
— SINCE 1992 —

教育图书 功能学具 学生之家

基础教育行业专研品牌

30+年专注教育行业

全品高考 第二轮专题

短平快

热点题型突破

主编 肖德好

数学

YN

沈阳出版社

CONTENTS 目录

题型 I 小题 · 针对练

小题 1 集合与常用逻辑用语、复数 …… 001
小题 2 不等式的性质与基本不等式 …… 002
小题 3 函数图象与函数解析式 …… 003
小题 4 基本初等函数、函数与方程 …… 004
小题 5 函数的性质 …… 005
小题 6 导数的几何意义 …… 006
小题 7 导数与函数的单调性、极值、最值 …… 007
小题 8 导数中的函数构造问题 …… 008
小题 9 三角恒等变换 …… 009
小题 10 三角函数的图象与性质 …… 010
小题 11 平面向量 …… 011
小题 12 解三角形 …… 012
小题 13 等差数列、等比数列的基本运算 …… 013
小题 14 递推数列与数列应用 …… 014
小题 15 空间几何体的表面积与体积 …… 015
小题 16 空间几何体与球的切接问题 …… 017
小题 17 空间位置关系 …… 018
小题 18 立体几何的截面、轨迹和折叠问题 …… 019
小题 19 直线与圆、圆与圆的位置关系 …… 020
小题 20 圆锥曲线的概念与基本性质 …… 021
小题 21 离心率 …… 022
小题 22 圆锥曲线的综合问题 …… 023
小题 23 排列组合与二项式定理 …… 024
小题 24 古典概型与事件的独立性 …… 025
小题 25 条件概率与全概率公式 …… 026
小题 26 随机变量及其分布 …… 027
小题 27 统计与成对数据的统计分析 …… 028

题型 II 解答 · 针对练

解答 1 三角函数的性质及应用 …… 029
解答 2 利用正、余弦定理判定三角形形状 …… 030
解答 3 证明三角形中的恒等式或不等式 …… 031
解答 4 利用正、余弦定理求三角形线段长度、面积 …… 032
解答 5 平面几何图形中的计算 …… 033
解答 6 立体几何中的空间角 …… 034
解答 7 立体几何中的空间距离 …… 035
解答 8 立体几何中的翻折问题 …… 036
解答 9 立体几何中动点存在问题 …… 037
解答 10 等差、等比数列通项、求和问题 …… 038
解答 11 数列的求和问题 …… 039
解答 12 数列的证明 …… 040
解答 13 数列的综合应用 …… 041
解答 14 概率与统计中数字特征、统计图 …… 042
解答 15 独立性检验 …… 043
解答 16 条件概率与全概率公式 …… 045
解答 17 随机变量及其分布 …… 046
解答 18 概率与统计的综合应用 …… 047
解答 19 直线与圆锥曲线 …… 049
解答 20 圆锥曲线中的定点、定值、定直线问题 …… 050
解答 21 圆锥曲线中的探索性问题 …… 051
解答 22 圆锥曲线中的范围与最值问题 …… 052
解答 23 导数与函数的单调性、极值与最值问题 …… 053
解答 24 导数与函数零点、极值点问题 …… 054
解答 25 函数与导数中的恒成立、有解问题 …… 055
解答 26 函数与导数中的不等式证明 …… 056

题型 III 教考衔接 · 拓展练

拓展 1 集合与事件关系 …… 057
拓展 2 反函数 …… 058
拓展 3 三次函数 …… 059
拓展 4 海伦和秦九韶 …… 060
拓展 5 祖暅原理 …… 061
拓展 6 直线方程 …… 062
拓展 7 截面中的圆锥曲线 …… 063
拓展 8 圆锥曲线的光学性质 …… 065
拓展 9 牛顿法与代数基本定理 …… 067
拓展 10 概率与数列 …… 068

小题1　集合与常用逻辑用语、复数

（时间：30分钟　分值：62分）

一、单选题

1. [2026·北京西城区二模] 已知集合 $A=\{n\mid n=4k+1,k\in\mathbf{Z}\}$，集合 $B=\{1,3,5,7\}$，则（　　）

A. $B\subseteq A$　　B. $B\subseteq \complement_{\mathbf{Z}}A$

C. $A\cap B=B$　　D. $A\cup B\neq A$

2. [2026·辽宁大连一模] $\mathrm{i}^2(2+3\mathrm{i})$的虚部为（　　）

A. $-3\mathrm{i}$　　B. -3

C. -2　　D. 3

3. [2026·东北三省三校一模] 命题“$\exists x\in\mathbf{R}$，$\mathrm{e}^x>\ln x+1$”的否定是（　　）

A. $\forall x\in\mathbf{R},\mathrm{e}^x\leqslant\ln x+1$

B. $\exists x\in\mathbf{R},\mathrm{e}^x\leqslant\ln x+1$

C. $\forall x\notin\mathbf{R},\mathrm{e}^x>\ln x+1$

D. $\exists x\notin\mathbf{R},\mathrm{e}^x>\ln x+1$

4. [2026·河北石家庄二模] 已知 i 为虚数单位，若复数 $z=(1+\mathrm{i})(2-\mathrm{i})$，则 z 在复平面内对应的点在（　　）

A. 第一象限　　B. 第二象限

C. 第三象限　　D. 第四象限

5. [2026·湖南新高考教学教研联盟三模] 若集合 $M=\{x\mid\sqrt{x}<4\}$，$N=\{x\mid y=\ln(x+1)\}$，则 $M\cap N=$（　　）

A. $(-1,16)$　　B. $(-\infty,16)$

C. $(0,16)$　　D. $[0,16)$

6. 已知集合 $A=\{x\mid(x-a)(x+1)\leqslant0\}(a>0)$，$B=\{x\in\mathbf{N}\mid tx=6,t\in\mathbf{N}^*\}$，若 $B\subseteq A$，则实数 a 的取值范围是（　　）

A. $[6,+\infty)$　　B. $(6,+\infty)$

C. $[3,+\infty)$　　D. $(3,+\infty)$

7. [2026·江苏苏锡常镇四市二模] 已知 $a>0$，$b>0$，$0<c<1$，则“$a^c<b^c<1$”是“$c^b<c^a<1$”的（　　）

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充要条件

D. 既不充分也不必要条件

8. [2026·陕西西安模拟] 已知 $A=\{z\mid|z+1|=1,z\in\mathbf{C}\}$，$B=\{z\mid|z-2-\mathrm{i}|=m,z\in\mathbf{C}\}$，若集合 $A\cap B$ 中有且仅有一个元素，则 m 的所有可能取值之积为（　　）

A. 4　　B. $\sqrt{5}-1$

C. $\sqrt{10}-1$　　D. 9

二、多选题

9. [2026·浙江杭州模拟] 设 i 为虚数单位，复数 $z_1=2\mathrm{i}$，$z_2=1-\mathrm{i}$，则下列说法正确的是（　　）

A. 复数 z_1z_2 在复平面内对应的点在第一象限

B. $|z_1+z_2|=|z_1|+|z_2|$

C. $z_1-\lambda z_2(\lambda\in\mathbf{R})$可能为纯虚数

D. $\left|\dfrac{z_1}{z_2}\right|=\dfrac{|z_1|}{|z_2|}$

10. 已知全集 $U=\{-2,-1,0,2,3,4\}$，集合 $M=\{-1,0,2\}$，$N=\{x\mid x^2+ax-4=0\}$，且 $N\subseteq U$，则（　　）

A. $a<0$

B. $3\notin(M\cup N)$

C. $M\cap N$ 中的元素个数为 2

D. $(\complement_U M)\cap N\neq\varnothing$

三、填空题

11. 已知 $a\in\mathbf{R}$，i 为虚数单位，若 $\dfrac{a-\mathrm{i}}{\sqrt{3}+\mathrm{i}}$ 为实数，则 a 的值为_____.

12. 已知 $p:\forall x\in\mathbf{R},ax^2-3x\geqslant-5$，若 p 为真命题，则 a 的取值范围为_____.

班级　　姓名

题号　答题区　1　2　3　4　5　6　7　8　9　10　11　12

班级

姓名

答题区 题号 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12

小题 2　不等式的性质与基本不等式

（时间：30 分钟　分值：62 分）

一、单选题

1. [2026·山东济宁三模] 已知集合 $A=\{x\mid |x-1|<1\}$，$B=\left\{x\middle|\frac{2x}{x+1}>1\right\}$，则 $A\cap B=$（　　）

A. $(0,1)$　　B. $(1,2)$

C. $(0,2)$　　D. $(-1,2)$

2. [2026·广东揭阳二模] 已知 $a,b,c\in\mathbf{R}$，且 $a>b$，则下列说法正确的是（　　）

A. $\frac{1}{a}<\frac{1}{b}$　　B. $ac^2>bc^2$

C. $a^2>b^2$　　D. $e^a>e^b$

3. [2026·湖北武汉模拟] 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的公差 $d>0$，$a_4=2a_2$，则 $a_2+\frac{1}{d}$ 的最小值为（　　）

A. 2　　B. $2\sqrt{2}$

C. 4　　D. $4\sqrt{2}$

4. [2026·浙江精诚联盟二模] 已知 $a,b\in\mathbf{R}$ 且 $ab\neq0$，则“$a>|b|$”是“$\frac{1}{a}<\frac{1}{|b|}$”的（　　）

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充要条件

D. 既不充分也不必要条件

5. 在下列关于实数 a,b 的四个不等式中，不恒成立的是（　　）

A. $a^2+b^2\geqslant2ab$

B. $a^2+b^2\geqslant2b-1$

C. $|a|+|b|\geqslant|a+b|$

D. $a+b\geqslant2\sqrt{ab}$

6. 已知函数 $y=2ax+2b(a>0,b>0)$ 的图象过函数 $f(x)=m^{x-1}+1(m>0,m\neq1)$ 的图象所过的定点，则 $\frac{4}{a}+\frac{1}{b}$ 的最小值为（　　）

A. 4　　B. 6　　C. 8　　D. 9

7. [2026·湖南衡阳模拟] 已知正数 a,b 满足 $a+\frac{4}{b}=1$，则 $\frac{a}{b}$ 的最大值为（　　）

A. $\frac{1}{32}$　　B. $\frac{1}{16}$

C. $\frac{1}{8}$　　D. $\frac{1}{4}$

8. [2026·江苏常熟模拟] 若关于 x 的不等式 $x^2-ax+2>0$ 在区间 $[1,5]$ 上有解，则 a 的取值范围是（　　）

A. $(2\sqrt{2},+\infty)$　　B. $(-\infty,2\sqrt{2})$

C. $(-\infty,3)$　　D. $\left(-\infty,\frac{27}{5}\right)$

二、多选题

9. 已知 $a,b,c\in\mathbf{R}$，则下列说法正确的是（　　）

A. 若 $\frac{c^2}{a}>\frac{c^2}{b}$，则 $a<b$

B. 若 $a\sqrt{a}>b\sqrt{b}$，则 $a>b$

C. 若 $a<b<0$，则 $a-\frac{1}{a}>b-\frac{1}{b}$

D. 若 $-2<a<3$，$1<b<2$，则 $-4<a-b<2$

10. [2026·湖北黄冈三模] 若 $a>0,b>0,a+b=4$，则（　　）

A. $a-\frac{4}{b}\geqslant0$　　B. $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\geqslant1$

C. $\sqrt{a}+\sqrt{b}\leqslant2\sqrt{2}$　　D. $12<a^2+3b^2<48$

三、填空题

11. 已知 $m>0$，不等式 $\frac{2x+1}{x-m}\leqslant1$ 成立的一个充分不必要条件是 $-2\leqslant x\leqslant4$，则 m 的取值范围是_____.

12. [2026·河南郑州模拟] 已知对任意 $x\in(-2,+\infty)$，$x^2+(4-a)x+7-2a\geqslant0$ 恒成立，则实数 a 的最大值为_____.

小题 3　函数图象与函数解析式

（时间：30 分钟　分值：62 分）

一、单选题

1. [2026·江西上饶一模] 已知函数 $f(3x+1)=(x+5)^2$，则 $f(-2)=$ （　）

A. 4　　B. 9

C. 16　　D. 25

2. [2026·湖南天壹名校联盟一模] 设甲：函数 $f(x)=\ln(\ln x)$ 有意义，乙：函数 $g(x)=\sqrt{\ln x}$ 有意义，则甲是乙的 （　）

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充要条件

D. 既不充分也不必要条件

3. [2026·北京东城区二模] 已知函数 $y=x^2+4^x$ 与 $y=x^2+2^{ax}$ 的图象关于 y 轴对称，则 $a=$ （　）

A. -2　　B. $-\frac{1}{2}$　　C. $\frac{1}{2}$　　D. 2

4. [2026·江苏南京模拟] 已知常数 $a>0$，函数 $f(x)=\frac{2^x}{2^x+ax}$ 的图象经过点 $P\left(p,\frac{6}{5}\right)$ 和点 $Q\left(q,-\frac{1}{5}\right)$，若 $2^{p+q}=36pq$，则 $a=$ （　）

A. 4　　B. 6　　C. 8　　D. 10

5. [2026·福建福州模拟] 已知函数 $f(x)$ 的定义域为 $\mathbf{R}$，且 $f(x+y)=f(x)+f(y)+2xy+1$，$f(1)=0$，则 $f(6)=$ （　）

A. 34　　B. 35

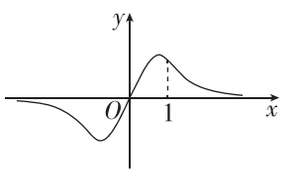
C. 36　　D. 37

6. [2026·广东深圳模拟] 已知函数 $f(x)=\begin{cases}e^x,x>0,\\2x+e,x\leqslant 0,\end{cases}$ 若 $m<n$ 且 $f(m)=f(n)$，则 $2m-n$ 的取值范围为 （　）

A. $(-e,-1]$　　B. $[1-e,-1]$

C. $(-1,e-1]$　　D. $(1-e,-1]$

7. [2026·辽宁大连一模] 已知函数 $y=f(x)$ 的图象如图，则 $f(x)$ 的解析式可能为 （　）



A. $f(x)=\frac{2^x-1}{2^x+1}$　　B. $f(x)=\frac{2x}{x^2+1}$

C. $f(x)=\frac{2x^2}{x^4+1}$　　D. $f(x)=\frac{2x}{x^4+1}$

8. 设函数 $f(x)=\left|\sin\frac{\pi}{2}x\right|$，$g(x)=e^{-|x-1|}$，当 $x\in[-2023,2025]$ 时，$f(x)$ 与 $g(x)$ 的图象所有交点的横坐标之和为 （　）

A. 4051　　B. 4049

C. 2025　　D. 2023

二、多选题

9. 为了得到函数 $y=\log_2(2x)$ 的图象，可以将函数 $y=\log_{\sqrt{2}}\sqrt{x}$ 图象上的所有点 （　）

A. 横坐标变成原来的 $\frac{1}{2}$（纵坐标不变）

B. 横坐标变成原来的 2 倍（纵坐标不变）

C. 向上平移 1 个单位长度

D. 向左平移 1 个单位长度

10. [2026·河北保定模拟] 已知定义在 $\mathbf{R}$ 上的函数 $f(x)$ 为偶函数，且满足 $f(1+x)+f(x-1)=0$，当 $x\in[1,2]$ 时，$f(x)=x^2-4x+3$，则下列说法正确的是 （　）

A. $f(x)$ 为周期函数

B. $f(x)$ 的图象关于点 $(2,0)$ 对称

C. 当 $x\in[-1,1]$ 时，$f(x)=1-x^2$

D. $f(2026)<f\left(\frac{2x}{x^2+1}\right)$

三、填空题

11. 写出一个满足 $f(x+y)=f(x)f(y)$ 的函数解析式 $f(x)=$ _____.

12. [2026·江苏南京二模] 已知函数 $f(x)=x^3+3\sqrt{3}x^2+mx(m\in\mathbf{R})$ 有两个极值点 x_1，x_2，且 $|f(x_1)-x_1|=|f(x_2)-x_2|$，则 $m=$ _____.

班级　姓名　题号　答题区　1　2　3　4　5　6　7　8　9　10　11　12

班级

姓名

答题区 题号 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12

小题 4　基本初等函数、函数与方程

（时间：30 分钟　分值：62 分）

一、单选题

1. [2026·湖北武汉三模] 集合 $A=\{x\mid \ln x\leqslant 2\}$，$B=\{y\in\mathbf{N}\mid 2^y>8\}$，则 $A\cap B=$（　）

A. $(3,e^2]$　　B. $\{3,4,5,6,7,8\}$

C. $\{4,5,6,7\}$　　D. $\varnothing$

2. [2026·山东泰安一模] 函数 $f(x)=(x-1)\times 2^x-26$ 的零点所在的区间为（　）

A. $(1,2)$　　B. $(2,3)$

C. $(3,4)$　　D. $(4,5)$

3. [2026·湖北黄冈模拟] 已知函数 $f(x)=|3^x-2|-t+1$ 有两个零点，则 t 的取值范围是（　）

A. $(1,+\infty)$　　B. $(2,+\infty)$

C. $(1,2)$　　D. $(1,3)$

4. 已知函数 $f(x)=\dfrac{e^{x-1}+e^{1-x}}{2}+3$，若关于 x 的方程 $a-f(x)=0$ 有唯一解，则实数 a 的值是（　）

A. 3　　B. 4

C. 5　　D. 6

5. [2026·山东烟台二模] 已知某数据中心的算力 y 与芯片投入量 x（单位：万片）满足关系式 $y=M(1-e^{-kx})$，$k>0$，其中 M 为该中心最大理论算力. 已知投入 2 万片芯片时，算力 $y=\dfrac{M}{2}$，若要求算力 $y\geqslant\dfrac{3M}{4}$，则芯片投入量至少为（　）

A. 3 万片　　B. 4 万片

C. 5 万片　　D. 6 万片

6. [2026·北京西城区二模] 设函数 $f(x)=(x-a)\ln(x+b)$，若不等式 $f(x)<0$ 的解集为 $\varnothing$，则（　）

A. $a+b>1$　　B. $a+b<0$

C. $a^2+b^2\geqslant\dfrac{1}{2}$　　D. $a^2+b^2\leqslant\dfrac{1}{4}$

7. [2026·广东深圳一模] 若实数 a,b,c 满足 $\sqrt{a}=2^{-b}=-\log_2 c$，则 a,b,c 的大小关系不可能是（　）

A. $c>a>b$　　B. $c>b>a$

C. $b>a>c$　　D. $b>c>a$

8. [2026·湖南邵阳模拟] 已知函数 $f(x)=\begin{cases}-x^2-2x+2,x\leqslant 0,\\ |\ln x|,x>0,\end{cases}$ 若函数 $g(x)=[f(x)]^2-af(x)+5$ 有 8 个不同的零点，则实数 a 的取值范围是（　）

A. $\left(2\sqrt{5},\dfrac{9}{2}\right]$　　B. $\left(2\sqrt{5},\dfrac{9}{2}\right)$

C. $\left(\dfrac{9}{2},\dfrac{14}{3}\right]$　　D. $\left[\dfrac{9}{2},\dfrac{14}{3}\right)$

二、多选题

9. [2026·湖南新高考教学教研联盟三模] 若 $0<a<b<1$，则下列结论正确的是（　）

A. $(\log_a b)^2<1$

B. $\log_a b+\log_b a>2$

C. $\log_a b<\log_b a$

D. $|\log_a b|+|\log_b a|>|\log_a b+\log_b a|$

10. 设函数 $f(x)=x^3-ax+1(a\in\mathbf{R})$，则（　）

A. 点 $(0,1)$ 是 $y=f(x)$ 图象的对称中心

B. 当 $a=3$ 时，函数 $y=f(x)$ 有三个零点

C. 当 $a=0$ 时，直线 $y=1$ 不是曲线 $y=f(x)$ 的切线

D. 若 $f(x)$ 有三个不同的零点 x_1,x_2,x_3，则 $x_1+x_2+x_3=0$

三、填空题

11. [2026·河南濮阳一模] 已知函数 $f(x)=2^x+x-1$，$g(x)=\log_2 x+x-1$，$h(x)=x^3+x-1$ 的零点分别为 a,b,c，则 a,b,c 的大小关系为_____.

12. 已知 $a,b\in\mathbf{R}$，若函数 $f(x)=x^2-ax-b$ 在区间 $[3,4]$ 上至少有一个零点，则 a^2+b^2 的最小值是_____.

小题 5　函数的性质

（时间：30 分钟　分值：62 分）

一、单选题

1. [2026·山东聊城一模] 下列函数中，在区间$(0,+\infty)$上单调递减的是（　　）

A. $y=x^{\frac{1}{2}}$　　B. $y=|\log_{\frac{1}{3}}x|$

C. $y=-\left(\frac{2}{3}\right)^x$　　D. $y=\frac{1}{x}-x$

2. [2026·河北石家庄二模] 若函数$f(x)=\frac{x}{2^x+1}+ax+1$为偶函数，则$f(2a)=$（　　）

A. $\frac{4}{3}$　　B. $\frac{7}{3}$　　C. $\frac{7}{5}$　　D. $\frac{5}{6}$

3. 已知函数$f(x)$在$\mathbf{R}$上单调递增，设$g(x)=f(-x)-f(x)$，则函数$g(x)$是（　　）

A. 奇函数，且在$\mathbf{R}$上单调递增

B. 偶函数，且在$\mathbf{R}$上单调递增

C. 奇函数，且在$\mathbf{R}$上单调递减

D. 偶函数，且在$\mathbf{R}$上单调递减

4. [2026·广东深圳一模] 设$f(x)$是定义在$\mathbf{R}$上的奇函数，$f(2+x)=f(-x)$，$f(-1)=1$，则$f(9)=$（　　）

A. -1　　B. 0

C. 1　　D. 2

5. [2026·湖南新高考教学教研联盟三模] 已知$f(x)$是定义在$\mathbf{R}$上的奇函数，$y=f(2x+2)$的图象关于直线$x=-\frac{1}{2}$对称，$f(-1)=-3$，则$f(985)=$（　　）

A. 0　　B. -3

C. 3　　D. 4

6. 若函数$f(x)=\begin{cases}\log_3(x+2),-2<x\leqslant 1,\\ x+\frac{m}{x},x>1\end{cases}$在$(-2,+\infty)$上单调递增，则$m$的取值范围是（　　）

A. $(-\infty,1]$　　B. $[-1,1]$

C. $[0,1]$　　D. $[0,+\infty)$

7. 设函数$f(x)=\ln|2x+1|-\ln|2x-1|$，则$f(x)$（　　）

A. 是偶函数，且在$\left(\frac{1}{2},+\infty\right)$上单调递增

B. 是奇函数，且在$\left(-\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right)$上单调递减

C. 是偶函数，且在$\left(-\infty,-\frac{1}{2}\right)$上单调递增

D. 是奇函数，且在$\left(-\infty,-\frac{1}{2}\right)$上单调递减

8. [2026·山东青岛一模] 已知函数$f(x)$的定义域为$\mathbf{R}$，且$y=f(x-2)$为偶函数，$y=f(2x-1)$为奇函数，$f(0)=1$，则$\sum_{i=1}^{2026}f(i)=$（　　）

A. 1　　B. 0　　C. -1　　D. -2

二、多选题

9. [2026·江苏南京二模] 已知函数$f(x)=\begin{cases}x,x\leqslant 1,\\ -f(x-1),x>1,\end{cases}$则（　　）

A. $f(2)=1$

B. $\forall x>0,f(x+2)=f(x)$

C. $f(x)$在$(7,8)$上单调递减

D. $f(x)$有且仅有 1 个零点

10. 设函数$f(x)$的定义域为$\mathbf{R}$，且满足$f(x)=f(2-x)$，$f(x)=-f(x+2)$，当$x\in(0,1]$时，$f(x)=2x^2-x$，则（　　）

A. $f(x)$是奇函数

B. $f(2028)=0$

C. $f(x)$的最小值是$-\frac{1}{8}$

D. 方程$f(x)=\frac{1}{8}$在区间$[0,2028]$上恰有 1014 个实数解

三、填空题

11. [2026·河南郑州模拟] 写出一个满足下列条件的函数$f(x)$的解析式：_____.

①$f(-x)=f(x)$；

②对任意正数x,t，$f(x+t)>f(x)$；

③$\forall x_1,x_2\in(0,+\infty)$，$f\left(\frac{x_1+x_2}{2}\right)>\frac{f(x_1)+f(x_2)}{2}$；

④$f(x_1x_2)=f(x_1)+f(x_2)$.

12. [2026·广东珠海模拟] 已知函数$f(x)$，$g(x)$的定义域均为$\mathbf{R}$，其中$f(x)$是奇函数，$g(x)$是偶函数，且$f(x)+g(x)=ax^2-x-2$，若对于任意$1<x_1<x_2<6$，都有$\frac{g(x_1)-g(x_2)}{x_1-x_2}>-2$，则实数$a$的取值范围是_____.

班级　姓名　题号　答题区　1　2　3　4　5　6　7　8　9　10　11　12

班级

姓名

答题区 题号 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12

小题 6　导数的几何意义

（时间：30 分钟　分值：62 分）

一、单选题

1. 曲线 $y=x\ln x$ 在 $x=1$ 处的切线与两坐标轴围成的三角形的面积为（　　）

A. 4　　B. 3　　C. 1　　D. $\frac{1}{2}$

2. 若函数 $f(x)=x^2+3x-4\ln x$，点 P 是曲线 $y=f(x)$ 上任意一点，则点 P 到直线 $l:x-y-3=0$ 的距离的最小值为（　　）

A. $4\sqrt{2}$　　B. $\frac{3\sqrt{2}}{2}$

C. $3\sqrt{2}$　　D. $\frac{\sqrt{6}}{2}$

3. [2026·陕西西安模拟] 若直线 $y=6x+7$ 是曲线 $y=e^x+5x+a$ 的切线，则 $a=$（　　）

A. 4　　B. 5

C. 6　　D. 7

4. [2026·江西宜春模拟] 已知偶函数 $f(x)$ 满足当 $x>0$ 时，$f(x)=x+\sin(x-1)$，则 $f(x)$ 的图象在 $x=-1$ 处的切线方程为（　　）

A. $2x+y+3=0$　　B. $2x-y+1=0$

C. $2x-y-1=0$　　D. $2x+y+1=0$

5. [2026·重庆模拟] 若直线 $y=kx+1(k\in\mathbf{R})$ 是曲线 $y=\ln x+2$ 与曲线 $y=e^x+b(b\in\mathbf{R})$ 的公切线，则 $b=$（　　）

A. 0　　B. 1

C. e　　D. $\frac{1}{e}$

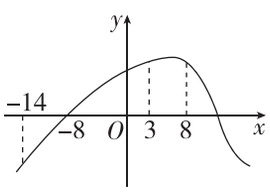
6. 函数 $f(x)$ 的部分图象如图所示，记 $f(x)$ 的导数为 $f'(x)$，则下列选项中的值最大的是（　　）

A. $f(3)$

B. $3f'(3)$

C. $f(-14)$

D. $f'(8)$



7. [2026·广东中山模拟] 若过点 (a,b) 可以作曲线 $y=e^x$ 的两条切线，则（　　）

A. $e^b<a$　　B. $e^a<b$

C. $0<a<e^b$　　D. $0<b<e^a$

8. 已知函数 $f(x)=x-\frac{1}{x^2}+3$，若曲线 $y=f(x)$ 在 $x=1$ 处的切线也是曲线 $y=e^{ax+b+1}$ 的切线，则 ab 的最大值为（　　）

A. $3e$　　B. $\frac{2}{e}$

C. $\frac{3}{e^3}$　　D. $\frac{2}{e^2}$

二、多选题

9. 曲线 $y=x^2-1$ 与曲线 $y=\ln x$（　　）

A. 在点 $(1,0)$ 处相交

B. 在点 $(1,0)$ 处相切

C. 存在相互平行的切线

D. 有两个交点

10. 已知两曲线 $y=\ln x$ 与 $y=mx^2+\frac{1}{2}(m>0)$ 存在两条公切线，则实数 m 的值可能是（　　）

A. $\frac{1}{2e^2}$　　B. $\frac{1}{e^2}$

C. $\frac{1}{e}$　　D. 1

三、填空题

11. [2026·湖南新高考教学教研联盟三模] 已知 $f(x)=\sqrt{x}-2\ln x$，则曲线 $y=f(x)$ 在点 $(1,f(1))$ 处的切线方程为_____.

12. 过坐标原点 O 可作函数 $f(x)=x+x\sin x$ 的图象的切线条数为_____.

基础行业 品牌 全品 SINCE 1992 30年专注教育行业

小题 7　导数与函数的单调性、极值、最值

（时间：30 分钟　分值：62 分）

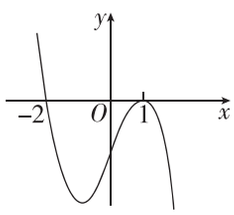
一、单选题

1. 若函数 $f(x)=x^3-ax$ 的单调递减区间为 $[-1,1]$，则 a 的值为（　　）

A. 3　　B. 1

C. -1　　D. -3

2. [2026·北京顺义区模拟] 已知函数 $f(x)$ 的导函数为 $f'(x)=a(x+2)(x-1)^2$，$f'(x)$ 的图象如图所示，则下列结论中正确的是（　　）



A. 函数 $f(x)$ 有 2 个极值点

B. 函数 $f(x)$ 在区间 $(-1,1)$ 上单调递增

C. 存在 $M\in\mathbf{R}$，对任意 $x\in\mathbf{R}$，$f(x)>M$

D. 对任意 $M\in\mathbf{R}$，存在 $x_0\in\mathbf{R}$，$f(x_0)<M$

3. 已知函数 $f(x)=x\ln x-x$，则 $f(x)$（　　）

A. 有极小值，且极小值点为 1

B. 有极大值，且极大值点为 1

C. 有极小值，且极小值点为 -1

D. 有极大值，且极大值点为 -1

4. [2026·辽宁大连模拟] 若函数 $f(x)=\frac{1}{2}x^2-2x+a\ln x$ 有且只有一个极值点，则实数 a 的取值范围是（　　）

A. $(1,+\infty)$　　B. $(-\infty,1]$

C. $(-\infty,0]$　　D. $[0,+\infty)$

5. [2026·江苏苏北七市三模] 设 $\mathbf{R}$ 上的可导函数 $f(x)$ 满足 $\frac{f'(x)}{2x-3}>0$，且 $f\left(x+\frac{3}{2}\right)$ 是偶函数. 若 $a=f(0.2^3)$，$b=f(\log_2 3)$，$c=f(2)$，则 a,b,c 的大小关系为（　　）

A. $a>b>c$　　B. $a>c>b$

C. $c>b>a$　　D. $b>c>a$

6. 设 $a\neq0$，若 a 为函数 $f(x)=a(x-a)^2(x-b)$ 的极大值点，则（　　）

A. $a<b$　　B. $a>b$

C. $ab<a^2$　　D. $ab>a^2$

7. [2026·河北石家庄二模] 若函数 $f(x)=\sin 2x+b\cos 2x$ 在区间 $\left[\frac{\pi}{3},\frac{5\pi}{6}\right]$ 上单调递减，则实数 b 的值为（　　）

A. $-\sqrt{3}$　　B. $-\frac{\sqrt{3}}{3}$

C. $\frac{\sqrt{3}}{3}$　　D. $\sqrt{3}$

8. [2026·江苏苏锡常镇四市二模] 已知函数 $f(x)=|x^3-3x^2+kx|\,(k>2)$，$g(x)=\frac{x}{e^{x-1}}$（e 为自然对数的底数），若对任意 $x'\in[0,2]$，总存在 $x_0\in[0,2]$，使得 $f(x')\leqslant g(x_0)$，则实数 k 的最大值为（　　）

A. $\frac{9}{4}$　　B. $\frac{5}{2}$

C. e　　D. $2\sqrt{2}$

二、多选题

9. [2026·福建福州模拟] 设函数 $f(x)=x^3-3x^2-9x+1$，则下列说法中正确的有（　　）

A. 函数 $y=f(x+1)+10$ 是奇函数

B. $f(x)$ 在区间 $(-1,1)$ 上单调递增

C. 直线 $y=0$，$y=6$ 与曲线 $y=f(x)$ 的公共点个数不相等

D. 斜率为 -12 的直线与曲线 $y=f(x)$ 有且仅有一个公共点

10. [2026·山东青岛一模] 已知函数 $f(x)=\ln|x|+x^2-\frac{1}{x^2}$，则（　　）

A. $f(x)$ 在区间 $(0,+\infty)$ 上单调递增

B. $f(x)$ 恰有两个零点

C. 不等式 $f(x)<f(1-x)$ 的解集为 $\left\{x\,\middle|\,0<x<\frac{1}{2}\right\}$

D. 若 $f(m)+f(n)=0$，则 m^2+n^2 的最小值为 2

三、填空题

11. 已知函数 $f(x)=a(1+\ln x)+\frac{b}{x}$ 在 $x=1$ 处取得极值 2，则 $f(x)$ 在 $[1,e]$ 上的最大值为_____.

12. [2026·湖北武汉三模] 已知不等式 $e^{ax}+e^{\frac{a}{x}}\leqslant 2e^a$ 对任意 $x\in(0,+\infty)$ 恒成立，则实数 a 的取值范围为_____.

班级

姓名

题号　答题区

1　2　3　4　5　6　7　8　9　10　11　12

班级

姓名

答题区 题号 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12

小题 8　导数中的函数构造问题

（时间：30 分钟　分值：62 分）

一、单选题

1. 已知 $a=\frac{\ln 2}{2^2}$，$b=\frac{\ln 3}{3^2}$，$c=\frac{\ln 4}{4^2}$，则　（　）

A. $a<b<c$　　B. $c<b<a$

C. $c<a<b$　　D. $b<a<c$

2. 已知 $a,b\in\mathbf{R}$，则“$a>b$”是“$a-\cos b>b-\cos a$”的　（　）

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充要条件

D. 既不充分也不必要条件

3. 若 a,b 为正实数，且 $a>b$，则下列不等式成立的是　（　）

A. $\frac{1}{a}>\frac{1}{b}$　　B. $\ln a<\ln b$

C. $a\ln a>b\ln b$　　D. $a-b<e^a-e^b$

4. 已知 $f'(x)$ 是定义域为 $\mathbf{R}$ 的函数 $f(x)$ 的导函数，满足 $f'(x)-f(x)>0$，且 $f(1)=2e$，则不等式 $f(x)-2e^x>0$ 的解集为　（　）

A. $\left(\frac{1}{e},1\right)$　　B. $\left(\frac{1}{e},e\right)$

C. $(1,+\infty)$　　D. $\left(\frac{1}{e},+\infty\right)$

5. [2026·贵州贵阳模拟] 已知定义在 $(0,+\infty)$ 上的函数 $f(x)$ 的导函数为 $f'(x)$，若 $f'(x)<2x$，且 $f(5)=3$，则不等式 $f(2x-1)+4x>4x^2-21$ 的解集是　（　）

A. $(-\infty,3)$　　B. $(3,+\infty)$

C. $(0,3)$　　D. $\left(\frac{1}{2},3\right)$

6. [2026·湖南常德模拟] 若关于 x 的不等式 $e^x+x+\ln\frac{1}{x}\geqslant mx+\ln m$ 恒成立，则实数 m 的最大值为　（　）

A. 2　　B. e

C. 3　　D. e^2

7. [2026·吉林白山模拟] 函数 $f(x)=a\ln x-\frac{2\ln x}{x}+\frac{2b}{x}-ab$，若 $f(x)\geqslant 0$ 恒成立，则 $a(b+1)$ 的取值范围是　（　）

A. $(-\infty,e]$　　B. $(0,2e]$

C. $[2,+\infty)$　　D. $(-\infty,2]$

8. 设实数 $\lambda>0$，若对任意的 $x\in(0,+\infty)$，不等式 $e^{\lambda x}-\frac{\ln x}{\lambda}\geqslant 0$ 恒成立，则 λ 的最小值为　（　）

A. $\frac{1}{e}$　　B. $\frac{1}{2e}$　　C. $\frac{2}{e}$　　D. $\frac{e}{3}$

二、多选题

9. [2026·河北沧州三模] 已知定义在 $\mathbf{R}$ 上的函数 $f(x)$ 满足 $f(x)\sin x+f'(x)\cos x>0$，则　（　）

A. $\sqrt{2}f\left(\frac{\pi}{6}\right)>\sqrt{3}f\left(\frac{\pi}{4}\right)$

B. $f\left(\frac{\pi}{6}\right)<\sqrt{3}f\left(\frac{\pi}{3}\right)$

C. $\sqrt{2}f\left(\frac{\pi}{6}\right)<\sqrt{3}f\left(\frac{\pi}{4}\right)$

D. $f\left(\frac{\pi}{6}\right)>\sqrt{3}f\left(\frac{\pi}{3}\right)$

10. 已知定义域为 $\mathbf{R}$ 的函数 $f(x)$ 的导函数为 $f'(x)$，若 $f(0)=-1$，且 $f'(x)-f(x)>3$，则使不等式 $f(x)\geqslant 2e^x-3$ 成立的 x 的值可能为　（　）

A. -2　　B. -1

C. 1　　D. 2

三、填空题

11. 定义在 $(0,+\infty)$ 上的函数 $f(x)$ 的导函数为 $f'(x)$，若 $xf'(x)-f(x)<0$，且 $f(2)=0$，则不等式 $(x-1)f(x)>0$ 的解集为_____.

12. [2026·湖南郴州一模] 已知实数 $x>1$，不等式 $\frac{e^x}{2a}-\ln\frac{2a(x-1)}{e}\geqslant 0$ 恒成立，则实数 a 的最大值为_____.

小题 9　三角恒等变换

（时间：30 分钟　分值：62 分）

一、单选题

1. 在平面直角坐标系 xOy 中，角 α 以 Ox 为始边，$P(-1,2)$ 为 α 终边上一点，则 $\tan 2\alpha=$（　　）

A. $\frac{4}{3}$　　B. $-\frac{4}{3}$

C. $\frac{4}{5}$　　D. $-\frac{4}{5}$

2. [2026·广东深圳一模] 已知 $\cos\theta=\frac{4}{5}$，$\theta\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$，则 $\sin\left(\theta-\frac{\pi}{4}\right)=$（　　）

A. $-\frac{\sqrt{2}}{5}$　　B. $-\frac{\sqrt{2}}{10}$

C. $\frac{\sqrt{2}}{10}$　　D. $\frac{\sqrt{2}}{5}$

3. 已知 $\sin(\alpha+\beta)=\frac{1}{3}$，$\tan\alpha=3\tan\beta$，则 $\sin(\alpha-\beta)=$（　　）

A. $-\frac{2}{3}$　　B. $\frac{2}{3}$

C. $-\frac{1}{6}$　　D. $\frac{1}{6}$

4. [2026·江苏南京二模] 已知 $\sin\alpha+2\cos\alpha=\sqrt{5}$，则 $\tan\alpha=$（　　）

A. -2　　B. $-\frac{1}{2}$

C. $\frac{1}{2}$　　D. 2

5. [2026·福建福州模拟] 已知 α,β 都是锐角，$\sin\alpha=\frac{4\sqrt{3}}{7}$，$\cos(\alpha+\beta)=-\frac{11}{14}$，则 $\cos 2\beta=$（　　）

A. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$　　B. $-\frac{1}{2}$

C. $\frac{1}{2}$　　D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

6. [2026·山东烟台二模] 在 $\triangle ABC$ 中，内角 A,B,C 所对的边分别为 a,b,c，且 $\cos C=\sin A\cos A=\sin B\cos B$，若 $\triangle ABC$ 的面积为 $\sqrt{5}$，则 a 的值为（　　）

A. 10　　B. 5

C. $\sqrt{10}$　　D. $\sqrt{5}$

7. [2026·湖南邵阳模拟] 已知 $\alpha,\beta\in\left(0,\frac{\pi}{3}\right)$，$\cos^2\alpha-\sin^2\alpha=\frac{4}{5}$，$2\sin\beta=\sin(2\alpha+\beta)$，则 $\alpha+\beta=$（　　）

A. $\frac{\pi}{3}$　　B. $\frac{\pi}{4}$　　C. $\frac{\pi}{6}$　　D. $\frac{\pi}{12}$

8. [2026·陕西西安模拟] 已知 $\cos\alpha+2\sin\beta=1$，且 $\alpha,\beta\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$，则 $M=2\cos\alpha-\cos 2\beta$ 的取值范围是（　　）

A. $(0,1)$　　B. $\left(-\frac{1}{2},1\right)$

C. $(-1,1)$　　D. $\left(-\frac{1}{2},0\right)$

二、多选题

9. [2026·广东佛山模拟] 已知 $\tan\theta=2$，则（　　）

A. $\tan\frac{\theta}{2}=\frac{\sqrt{5}-1}{2}$

B. $\tan 2\theta=-\frac{4}{3}$

C. $\cos 2\theta=-\frac{3}{5}$

D. $2\sin\theta\cos\theta+\cos^2\theta=3$

10. 已知 $\alpha\in\left(\frac{\pi}{2},\pi\right)$，$\beta\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$，且 $\cos 2\alpha=\frac{7}{25}$，$\tan\beta=\frac{12}{5}$，则（　　）

A. $\tan\alpha=-\frac{3}{4}$

B. $\sin\alpha-\cos\alpha=-\frac{1}{5}$

C. $\sin(\alpha+\beta)=-\frac{33}{65}$

D. $\frac{\sin 2\beta+4\cos^2\beta}{\sin^2\beta-4\cos^2\beta}=\frac{1}{5}$

三、填空题

11. [2026·山东青岛二模] 已知角 α,β 的终边不重合，且 $\sin\alpha+\sqrt{3}\cos\beta=\sin\beta+\sqrt{3}\cos\alpha$，则 $\tan(\alpha+\beta)=$_____.

12. 记 $\triangle ABC$ 的内角 A,B,C 的对边分别为 a,b,c，$\frac{c\cos A}{a\cos C}+\frac{2c\cos B}{b\cos C}=3$，则 $\frac{1}{\tan A}+\frac{2}{\tan B}$ 的最小值为_____.

班级　　姓名　　题号　答题区　1　2　3　4　5　6　7　8　9　10　11　12

班级

姓名

答题区 题号

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12

小题 10　三角函数的图象与性质

（时间：30 分钟　分值：62 分）

一、单选题

1. 奇函数 $f(x)=2\cos(2x+\varphi)(0<\varphi<\pi)$ 的单调递减区间可以是（　　）

A. $\left[-\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{4}\right]$　　B. $\left[-\frac{\pi}{2},-\frac{\pi}{4}\right]$

C. $\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$　　D. $\left[\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{2}\right]$

2. 为了得到函数 $y=2\sin\left(4x-\frac{\pi}{4}\right)$ 的图象，只需将函数 $y=2\sin x$ 图象上的（　　）

A. 每个点的横坐标缩短到原来的 $\frac{1}{4}$，纵坐标不变，再向右平移 $\frac{\pi}{4}$ 个单位长度

B. 每个点的横坐标缩短到原来的 $\frac{1}{4}$，纵坐标不变，再向右平移 $\frac{\pi}{16}$ 个单位长度

C. 每个点的横坐标伸长到原来的 4 倍，纵坐标不变，再向右平移 $\frac{\pi}{4}$ 个单位长度

D. 每个点的横坐标伸长到原来的 4 倍，纵坐标不变，再向左平移 $\frac{\pi}{16}$ 个单位长度

3. [2026·广东深圳一模] 若函数 $f(x)=\sin\left(\omega x-\frac{\pi}{4}\right)$ $(\omega>0)$ 的最小正周期为 π，则其图象的对称中心可以为（　　）

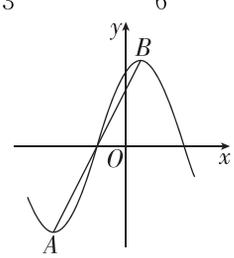
A. $\left(\frac{5\pi}{8},0\right)$　　B. $\left(\frac{\pi}{2},0\right)$

C. $\left(\frac{3\pi}{8},0\right)$　　D. $\left(\frac{\pi}{4},0\right)$

4. [2026·浙江杭州二模] 设函数 $y=\sqrt{3}\sin(4x+\varphi)+\cos(4x+\varphi)(0<\varphi<\pi)$ 的图象关于直线 $x=\frac{\pi}{2}$ 对称，则 $\varphi=$（　　）

A. $\frac{\pi}{6}$　　B. $\frac{\pi}{3}$　　C. $\frac{2\pi}{3}$　　D. $\frac{5\pi}{6}$

5. 已知函数 $f(x)=2\sin(\omega x+\varphi)\left(\omega>0,0<\varphi<\frac{\pi}{2}\right)$ 的部分图象如图，A,B 是相邻的最低点和最高点，直线 AB 的方程为 $y=2x+\frac{4}{3}$，则 $f(4)=$（　　）



A. $-\sqrt{2}$　　B. $\sqrt{2}$　　C. $-\sqrt{3}$　　D. $\sqrt{3}$

6. [2026·福建福州模拟] 当 $x\in[0,2\pi)$ 时，函数 $f(x)=2\cos\left(3x+\frac{\pi}{4}\right)+\sin x$ 的零点个数为（　　）

A. 3　　B. 4　　C. 6　　D. 8

7. [2026·北京卷] $f(x)=\sin(x+\varphi)(0<\varphi<2\pi)$，将 $f(x)$ 的图象向右平移 3φ 个单位长度，得到的函数图象与 $f(x)$ 的图象关于 x 轴对称，则 φ 的取值个数为（　　）

A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 4

8. [2026·湖北武汉三模] 已知函数 $f(x)=\cos(\omega x+\varphi)(\omega\in\mathbf{R},0<\varphi<\pi)$，若不等式 $|f(x)|\leqslant|2\sin x|$ 对任意 $x\in\mathbf{R}$ 恒成立，则满足条件的 ω 的取值有（　　）

A. 3 个　　B. 5 个

C. 7 个　　D. 无穷多个

二、多选题

9. [2026·辽宁大连一模] 已知函数 $f(x)=A\sin(\omega x+\varphi)(A>0,\omega>0,|\varphi|<\pi)$ 的图象经过点 $(0,\sqrt{3})$，并且在 y 轴右侧的第一个零点为 $\frac{\pi}{9}$，第一个最低点为 $\left(\frac{5\pi}{18},-2\right)$，则（　　）

A. $\omega=2$

B. $\varphi=\frac{2\pi}{3}$

C. 将 $y=f(x)$ 的图象向右平移 $\frac{\pi}{18}$ 个单位长度，得到一个偶函数的图象

D. 当 $x\in\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$ 时，函数 $f(x)$ 的取值范围为 $[-2,2]$

10. [2026·江苏苏锡常镇四市二模] 已知在 $\triangle ABC$ 中，$\tan A+\tan B+\tan C=\sqrt{3}\tan A\tan B$. 设函数 $f(x)=\sin x-\sin(x+C)$，则（　　）

A. $C=\frac{\pi}{3}$

B. $f(x)$ 在区间 $\left[-\frac{\pi}{3},\frac{\pi}{3}\right]$ 上单调递增

C. $f(A+3B)+f(3A+B)=0$

D. $f(x)$ 在区间 $[0,2\pi]$ 上有且仅有 3 个零点

三、填空题

11. 已知函数 $f(x)=a\sin x+\sqrt{3}\cos x(a>0)$ 满足 $f(x)\leqslant f\left(\frac{\pi}{6}\right)$. 若函数 $f(x)$ 在区间 $[x_1,x_2]$ 上单调，且 $f(x_1)+f(x_2)=0$，则 $\sin(x_1+x_2)=$_____.

12. 已知向量 $\boldsymbol{a}=(1,0),\boldsymbol{b}=(0,1),\boldsymbol{c}=(\cos\theta,\sin\theta),\theta\in[0,2\pi)$. 若 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=[\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{c}]+[\boldsymbol{b}\cdot\boldsymbol{c}]$（其中 $[x]$ 表示不超过 x 的最大整数），如 $[3.1]=3,[-1.7]=-2$，则 $|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c}|$ 的取值范围为_____.

小题 11　平面向量

（时间：30 分钟　分值：62 分）

班级

姓名

题号 答题区 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12

一、单选题

1. ［2026·山东烟台二模］已知向量 $\boldsymbol{a}=(1,2)$，$\boldsymbol{b}=(2,x)$，若 $\boldsymbol{a}\perp(2\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})$，则 $x=$（　）

A. -2　　B. -4

C. -6　　D. -8

2. 已知点 $A(1,1)$，$B(m,3)$，O 为坐标原点，则“$\overrightarrow{OA}$ 和 $\overrightarrow{OB}$ 的夹角为锐角”是“$m>-3$”的（　）

A. 充要条件

B. 充分不必要条件

C. 必要不充分条件

D. 既不充分也不必要条件

3. ［2026·江苏苏锡常镇四市调研］在平行四边形 $ABCD$ 中，E 为 BC 的中点，若 $\overrightarrow{AB}=m\overrightarrow{AE}+n\overrightarrow{AD}$，则（　）

A. $m-n=-\frac{1}{2}$　　B. $m-n=\frac{1}{2}$

C. $m+n=-\frac{1}{2}$　　D. $m+n=\frac{1}{2}$

4. ［2026·湖南教育教研联盟三模］已知单位向量 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b},\boldsymbol{c}$ 满足 $\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}+2\boldsymbol{c}=\boldsymbol{0}$，则 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=$（　）

A. -2　　B. -1

C. 1　　D. 2

5. ［2026·广东深圳一模］已知向量 $\boldsymbol{a}=(2,4)$，$\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=10$，则向量 $\boldsymbol{b}$ 在向量 $\boldsymbol{a}$ 上的投影向量为（　）

A. $(4,2)$　　B. $(2,4)$

C. $(\sqrt{2},2\sqrt{2})$　　D. $(1,2)$

6. ［2026·北京西城区二模］在长方形 $ABCD$ 中，$AD=4$，$AB=1$，E 是边 BC 上一点，则 $|\overrightarrow{EA}+\overrightarrow{ED}|$ 的最小值为（　）

A. 1　　B. 2

C. 3　　D. 4

7. ［2026·浙江杭州二模］已知向量 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$ 满足 $|\boldsymbol{a}|=2|\boldsymbol{b}|=2$，$\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=-1$，设 $\boldsymbol{c}=x\boldsymbol{a}+y\boldsymbol{b}$，且 $2x+y=1$，则 $|\boldsymbol{c}|$ 的最小值为（　）

A. 2　　B. 1　　C. $\frac{\sqrt{5}}{2}$　　D. $\frac{1}{2}$

8. ［2026·黑龙江哈尔滨二模］在平面直角坐标系 xOy 中，已知点 $A(1,3)$，点 $P(2,0)$，动点 B 满足 $|\overrightarrow{PB}|=1$，点 C 满足 $\overrightarrow{OC}=2\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}$，记 $\triangle OAC$ 的面积为 S，则 S 的最大值为（　）

A. $\frac{6+\sqrt{10}}{2}$　　B. $\frac{3\sqrt{10}+5}{10}$

C. $\frac{\sqrt{10}+6}{4}$　　D. $\frac{6\sqrt{10}+10}{10}$

二、多选题

9. 已知 $\overrightarrow{AB}=(-1,1)$，$\overrightarrow{AC}=(2,1)$，则下列结论正确的是（　）

A. $\overrightarrow{BC}=(3,0)$

B. $\overrightarrow{AB}\cdot(2\overrightarrow{BC}-\overrightarrow{AC})=5$

C. $\cos\langle\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\rangle=-\frac{\sqrt{10}}{10}$

D. 若 $\lambda\overrightarrow{AB}+\mu\overrightarrow{AC}=(3\mu,\lambda+1)$，则 $\mu-\lambda=2$

10. ［2026·河北石家庄二模］已知在 $\triangle ABC$ 中，$AB=2$，$AC=1$，$A=\frac{\pi}{3}$，$\overrightarrow{BD}=2\overrightarrow{DC}$，点 P 为 AD 的中点，则下列结论正确的有（　）

A. $|\overrightarrow{AD}|=\frac{\sqrt{3}}{3}$

B. $\overrightarrow{PB}=\frac{5}{6}\overrightarrow{AB}-\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$

C. 向量 $\overrightarrow{PB}$ 在向量 $\overrightarrow{AB}$ 上的投影向量为 $\frac{3}{4}\overrightarrow{AB}$

D. 若 $\overrightarrow{AM}=\lambda\overrightarrow{AB}$，$\overrightarrow{AN}=\mu\overrightarrow{AC}$，$\lambda>0$，$\mu>0$，且 M,N,D 三点共线，则 $\frac{1}{\lambda}+\frac{2}{\mu}=3$

三、填空题

11. ［2026·山东潍坊三模］若两个单位向量 $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$ 满足 $|2\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}|=\sqrt{3}$，则向量 $\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}$ 与 $2\boldsymbol{b}-\boldsymbol{a}$ 的夹角为_____.

12. ［2026·湖北襄阳模拟］在平面直角坐标系 xOy 中，若平面向量 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$ 满足 $\boldsymbol{a}=(1,\sqrt{3})$，$|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|=3$，则 $|\boldsymbol{b}|$ 的取值范围是_____.

小题 12　解三角形

（时间：30 分钟　分值：62 分）

一、单选题

1. [2026·福建莆田二模] 在△ABC 中，内角 A,B,C 的对边分别是 a,b,c，若 $a=5,b=7,c=8$，则 $B=$（　）

A. $\frac{\pi}{12}$　　B. $\frac{\pi}{3}$

C. $\frac{\pi}{2}$　　D. $\frac{2\pi}{3}$

2. [2026·湖北荆州模拟] 在△ABC 中，内角 A,B,C 所对的边分别为 a,b,c，若 $C=\frac{\pi}{4}$，△ABC 的面积为 $\frac{\sqrt{2}}{4}c^2$，则 $\sin A\sin B=$（　）

A. $\frac{1}{4}$　　B. $\frac{\sqrt{2}}{4}$

C. $\frac{1}{2}$　　D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

3. [2026·湖南怀化一模] 在△ABC 中，内角 A,B,C 的对边分别为 a,b,c，$a\sin C+b=2b\cos^2\frac{A}{2}+a\cos B$，则△$ABC$ 一定为（　）

A. 直角三角形　　B. 等腰三角形

C. 等腰直角三角形　　D. 钝角三角形

4. 在△ABC 中，$AB=4,BC=5,AC=\sqrt{21}$，D 为 AC 边上一点，且 BD 平分∠ABC，则 $BD=$（　）

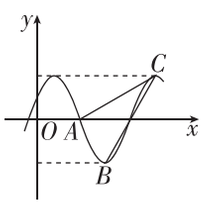
A. $\frac{20\sqrt{3}}{9}$　　B. $\frac{\sqrt{21}}{3}$　　C. $\frac{9}{2}$　　D. $\frac{14}{3}$

5. [2026·北京海淀区一模] 在△ABC 中，内角 A,B,C 的对边分别为 a,b,c，$B=\frac{\pi}{4}$，$\sin C=\frac{\sqrt{3}}{3}$，则（　）

A. $c<a<b$　　B. $b<a<c$

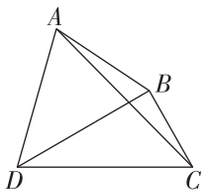
C. $c^2+b^2<a^2$　　D. $c^2+a^2<b^2$

6. 函数 $y=A\sin(\omega x+\varphi)(A>0,\omega>0,0<\varphi<\pi)$ 的部分图象如图所示，$|AC|=2\sqrt{3}$，∠$ACB=\frac{\pi}{6}$，则 $\omega=$（　）



A. $\frac{1}{2}$　　B. 1　　C. $\frac{\pi}{2}$　　D. π

7. 如图，在平面四边形 $ABCD$ 中，∠$ADB=$∠$DCA=45°$，∠$BDC=30°$，∠$BCA=15°$，$AB=5\sqrt{5}$，则 CD 的长为（　）



A. $5\sqrt{3}$　　B. $5\sqrt{5}$

C. $10\sqrt{3}$　　D. $10\sqrt{5}$

8. 在锐角三角形 ABC 中，内角 A,B,C 所对的边分别为 a,b,c，若 $\sqrt{2}a\sin B=b\cos\left(A-\frac{\pi}{4}\right)$，$AC=2$，则 AC 边上的高的取值范围是（　）

A. $(1,\sqrt{2})$　　B. $(1,2)$

C. $(1,2\sqrt{2})$　　D. $(\sqrt{2},2\sqrt{2})$

二、多选题

9. [2026·浙江温州一模] 在△ABC 中，内角 A,B,C 所对的边分别为 a,b,c，则△ABC 是等腰三角形的充分条件是（　）

A. $\sin A=\sin B$　　B. $a\cos A=b\cos B$

C. $a\cos B=b\cos A$　　D. $a\tan A=b\tan B$

10. [2026·浙江杭州二模] 在△ABC 中，$AC=5,BC=4,\cos\angle BAC=\frac{3}{5}$，则（　）

A. $\sin\angle BAC=\frac{3}{4}$

B. △ABC 的面积为 6

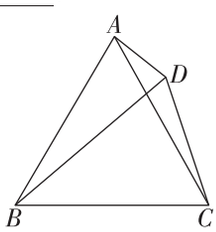
C. $|\overrightarrow{CA}-\overrightarrow{CB}|=3$

D. $\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{CB}=16$

三、填空题

11. [2026·辽宁大连一模] 在△ABC 中，内角 A,B,C 的对边分别为 a,b,c，已知 $A=2B$，$a=8,b=5$，则 $\cos B=$_____.

12. [2026·吉林长春模拟] 在△ABC 中，内角 A,B,C 所对的边分别为 a,b,c，已知 $a\cos(B-C)=\cos A(2\sqrt{3}\cdot b\sin C-a)$.



(1) $A=$_____；

(2) 如图，若 $B=\frac{\pi}{3}$，在△ABC 所在平面内取一点 D（D 与 B 在 AC 两侧），使得线段 $DC=2$，$DA=1$，则△BCD 面积的最大值为_____.

小题 13　等差数列、等比数列的基本运算

（时间：30 分钟　分值：62 分）

一、单选题

1. [2026·辽宁大连一模] 已知等差数列$\{a_n\}$，若$a_3+a_5=2$，则$a_2+a_4+a_6=$（　　）

A. 6　　B. 4　　C. 3　　D. 2

2. [2026·湖北武汉三模] 若等比数列$\{a_n\}$的公比为q，则“$0<q<\frac{1}{3}$”是“$\{a_n\}$是递减数列”的（　　）

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充要条件

D. 既不充分也不必要条件

3. [2026·湖南长沙模拟] 已知数列$\{a_n\}$是等比数列，$a_3+a_5+a_7=-8$，$\frac{1}{a_3}+\frac{1}{a_5}+\frac{1}{a_7}=-2$，则$a_5=$（　　）

A. $-2\sqrt{2}$　　B. $\pm2\sqrt{2}$

C. -2　　D. ±2

4. 设公差不为 0 的等差数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n，$S_7=28$，若a_3，a_4，a_8成等比数列，则$a_8=$（　　）

A. 16　　B. 8

C. 4　　D. 2

5. 记S_n为数列$\{a_n\}$的前n项和，已知$2a_n=a_{n-1}+a_{n+1}(n\geqslant2)$，$a_1=9$，$S_9=45$，则当$S_n$取得最大值时，$n=$（　　）

A. 9　　B. 10

C. 9 或 10　　D. 10 或 11

6. [2026·内蒙古包头一模] 记S_n为各项均为正数的等比数列$\{a_n\}$的前n项和，已知$4S_4=5(a_3+a_4)$，则数列$\{a_n\}$的公比为（　　）

A. 4　　B. -1

C. 1　　D. 2

7. [2026·福建莆田模拟] 已知等比数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n，且$S_3=7$，$S_6=63$，则函数$f(n)=\frac{n-1}{a_n}$的最大值为（　　）

A. $\frac{1}{4}$　　B. $\frac{3}{8}$

C. $\frac{1}{2}$　　D. 1

8. [2026·河北邯郸三模] 已知等差数列$\{a_n\}$的首项$a_1=3$，且$a_{2n}=2a_n-1$. 若$b_n=2^{n-1}$，令$c_n=a_{b_n}$，数列$\{c_n\}$的前n项和为S_n，则当$S_n<2026$时，n的最大值为（　　）

A. 11　　B. 10

C. 9　　D. 8

二、多选题

9. [2026·四川成都二模] 记S_n为等差数列$\{a_n\}$的前n项和，已知$a_4=7$，$S_3=9$，则（　　）

A. $a_2=3$

B. $a_{2n}=2a_n-1$

C. $\{\sqrt{S_n}\}$为等差数列

D. $\{S_{2^n}\}$为等比数列

10. 已知数列$\{a_n\}$，$\{b_n\}$的前n项和分别为S_n，T_n，且满足$a_1=-6$，$a_n=\frac{S_n}{n}+(n-1)$，$b_n=(-1)^n\cdot a_n$，则下列结论正确的是（　　）

A. $a_n=-2n-4$　　B. $S_5+T_5=-8$

C. $\left\{\frac{S_n}{n}\right\}$是等差数列　　D. $T_{2n+1}=6-2n$

三、填空题

11. [2026·湖南邵阳三模] 在各项均为正数的等比数列$\{a_n\}$中，若$a_2+a_3+a_4+a_5=40$，$\frac{1}{a_1}+\frac{1}{a_2}+\frac{1}{a_3}+\frac{1}{a_4}=\frac{40}{9}$，则$a_3=$_____.

12. [2026·湖北孝感一模] 已知数列$\{a_n\}$为等比数列，$a_1=4096$，公比$q=\frac{1}{2}$，T_n是数列$\{a_n\}$的前n项积. 若$T_n<1$，则n的最小值为_____.

班级　　姓名　　题号　答题区　1　2　3　4　5　6　7　8　9　10　11　12

班级

姓名

答题区 题号 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12

小题 14　递推数列与数列应用

（时间：30 分钟　分值：62 分）

一、单选题

1. [2026·天津东丽区模拟] 已知数列$\{a_n\}$满足$a_1=-14$，$a_{n+1}-a_n=5n(n\in\mathbf{N}^*)$，则$a_{10}=$（　　）

A. 211　　B. 225　　C. 239　　D. 261

2. 已知数列$\{a_n\}$满足对任意的$i,j\in\mathbf{N}^*$，都有$a_j-a_i=2(j-i)$. 若$a_5=9$，则$a_3+a_8=$（　　）

A. 8　　B. 18

C. 20　　D. 27

3. 在数列$\{b_n\}$中，$b_1=1$，$\dfrac{1}{b_{n+1}}=\dfrac{2}{b_n}+1$，$n\in\mathbf{N}^*$，则$b_n=$（　　）

A. $\dfrac{1}{2^n}$　　B. $\dfrac{1}{2^n-1}$

C. $\dfrac{1}{2^{n-1}}$　　D. $\dfrac{1}{2^n-3}$

4. [2026·湖南长沙三模] 设数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n，若$a_1=1$，且$a_{n+1}=\dfrac{n+1}{n}a_n$，则$\dfrac{2S_n+10}{a_n}$的最小值为（　　）

A. $\dfrac{11}{2}$　　B. $2\sqrt{10}+1$

C. $\dfrac{22}{3}$　　D. $\dfrac{15}{2}$

5. 已知数列$\{a_n\}$满足$a_{n+1}a_{n+2}+a_{n+1}a_n=2a_na_{n+2}$，且$a_1=1$，$a_2=\dfrac{1}{4}$，则$a_{2026}=$（　　）

A. $\dfrac{1}{2026}$　　B. $\dfrac{1}{2025}$

C. $\dfrac{1}{6075}$　　D. $\dfrac{1}{6076}$

6. [2026·山东青岛三模] 已知数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n，$a_{n+2}+(-1)^na_n=2n-1$，$S_{12}=140$，则$a_1=$（　　）

A. 4　　B. 3

C. 2　　D. 1

7. 已知数列$\{a_n\}$，$\{b_n\}$均为等差数列，其前n项和分别为S_n，T_n，且满足$(n+1)a_n=(2n+1)b_{n+1}$，则$\dfrac{S_7}{T_7}=$（　　）

A. $\dfrac{15}{7}$　　B. $\dfrac{15}{8}$　　C. $\dfrac{9}{4}$　　D. $\dfrac{9}{5}$

8. [2026·江苏南京二模] 曲线$y=\dfrac{1}{4x}$在$x=n$$(n\in\mathbf{N}^*)$处的切线为$l_n$，记$l_n$在$x$，$y$轴上的截距分别为$x_n$，$y_n$，则$\sum\limits_{i=1}^{n}(x_i\cdot y_{i+1}+x_{i+1}\cdot y_i)=$（　　）

A. $\dfrac{3n-1}{n}$　　B. $\dfrac{3n+2}{n+1}$

C. $\dfrac{2n^2+n-1}{n}$　　D. $\dfrac{2n^2+3n}{n+1}$

二、多选题

9. [2026·辽宁大连二模] 已知数列$\{a_n\}$满足$a_n+a_{n+1}=4n$，$n\in\mathbf{N}^*$，S_n是$\{a_n\}$的前n项和，则下列说法正确的是（　　）

A. $a_{n+2}-a_n=4$

B. $\{a_n-2n+1\}$是等比数列

C. $S_{2n}=4n^2$

D. 若$a_1=2$，则当n为奇数时，满足$S_n<2026$的n的最大值为43

10. 已知数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n，若$a_1=2$，$1+\dfrac{1}{a_n}-\dfrac{2}{a_{n+1}}=0$，则（　　）

A. 数列$\left\{1-\dfrac{1}{a_n}\right\}$为等比数列

B. $a_3=\dfrac{9}{7}$

C. $a_{n+1}<a_n$

D. $S_{10}>\dfrac{23}{2}-\dfrac{1}{2^{10}}$

三、填空题

11. 数列$\{a_n\}$满足$a_1=1$，$a_{n+1}=\begin{cases}2a_n,n\text{为奇数},\\a_n+1,n\text{为偶数},\end{cases}$则$a_{2n}=$_____.（用含$n$的式子表示）

12. [2026·江西赣州一模] 一辆自动运动的小车连续运行$n(n\geqslant10,n\in\mathbf{N}^*)$次，每次以相同概率随机向前或向后运动，记未连续出现2次向后运动的概率为P_n，则$\dfrac{P_{2027}-P_{2026}}{P_{2024}}$的值为_____.

小题 15　空间几何体的表面积与体积

（时间：30 分钟　分值：62 分）

一、单选题

1. ［2026·山东济宁三模］已知圆台的上、下底面半径分别为 1 和 2，高为$\sqrt{3}$，则该圆台的侧面积为（　　）

A. $\frac{3\sqrt{3}}{2}\pi$　　B. $3\sqrt{3}\pi$

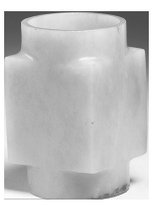
C. 3π　　D. 6π

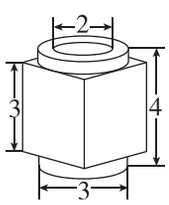
2. ［2026·山东聊城模拟］粽子古称“角黍”，是端午节大家都会品尝的食品，因各地风俗不同，粽子的形状和味道也不同. 某地流行“五角粽子”，其形状可以看成正四棱锥，以该四棱锥的高为边长的正方形的面积等于该四棱锥一个侧面三角形的面积，则其侧面三角形底边上的高与底面正方形的边长的比值为（　　）

A. $\frac{\sqrt{5}-1}{4}$　　B. $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$

C. $\frac{\sqrt{5}+1}{4}$　　D. $\frac{\sqrt{5}+1}{2}$

3. 玉琮是一种内圆外方的筒形玉器，是一种古人用于祭祀的礼器. 假定某玉琮中间内空，形状对称，如图所示，圆筒内径长为 2 cm，外径长为 3 cm，筒高为 4 cm，中部为棱长是 3 cm 的正方体的一部分，圆筒的外侧面内切于正方体的侧面，则该玉琮的体积为（　　）

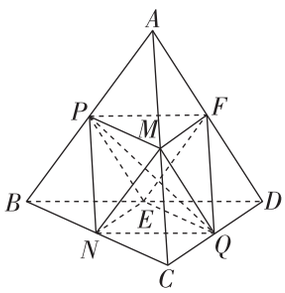




A. $\left(27-\frac{7\pi}{4}\right)\ \text{cm}^3$　　B. $\left(24+\frac{\pi}{4}\right)\ \text{cm}^3$

C. $\left(36-\frac{9\pi}{4}\right)\ \text{cm}^3$　　D. $\left(18+\frac{7\pi}{4}\right)\ \text{cm}^3$

4. 将正四面体的棱的中点相连，内部会形成一个完美的正八面体，这一结构是空间对称性的经典体现. 如图，在正四面体 $ABCD$ 中，连接各棱的中点构造出正八面体 $PMNEFQ$，若该正八面体相对的顶点 P，Q 的连线 $PQ=2\sqrt{2}$，则正四面体 $ABCD$ 的高为（　　）



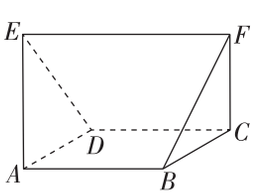
A. $\frac{4\sqrt{6}}{3}$　　B. $2\sqrt{6}$　　C. $4\sqrt{6}$　　D. $\frac{2\sqrt{6}}{3}$

5. ［2026·河北石家庄二模］已知正四棱台上、下底面的边长分别是 2，8，体积为 $28\sqrt{7}$，则其表面积为（　　）

A. 148　　B. $68+20\sqrt{7}$

C. 168　　D. 80

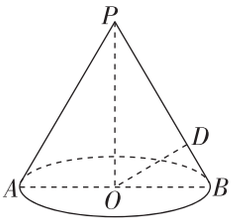
6. 木楔在传统木工中运用广泛. 如图，某木楔可视为一个五面体，其中四边形 $ABCD$ 是边长为 4 的正方形，且$\triangle ADE$，$\triangle BCF$ 均为等边三角形，$EF\parallel CD$，$EF=6$，则该木楔的体积为（　　）



A. $\sqrt{11}$　　B. $2\sqrt{3}$

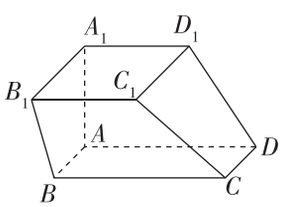
C. $\frac{10\sqrt{3}}{3}$　　D. $\frac{28\sqrt{11}}{3}$

7. [2026·江苏苏锡常镇四市二模] 如图，已知圆锥的顶点为 P，轴截面 PAB 为正三角形，底面圆心为 O，$OD\perp PB$，垂足为 D. 线段 OD 绕轴 PO 旋转一周所得的曲面将圆锥分割成上、下两个部分，则上、下两部分几何体的体积之比是（　　）



A. $\frac{8}{5}$　　B. $\frac{7}{5}$　　C. $\frac{10}{7}$　　D. $\frac{9}{7}$

8. [2026·天津和平区二模] 如图，在六面体 $ABCD\text{-}A_1B_1C_1D_1$ 中，上、下底面均为矩形，且平面 $ABCD$//平面 $A_1B_1C_1D_1$，AB//A_1B_1，AD//A_1D_1，$AA_1\perp$ 平面 $ABCD$，$AB=B_1C_1=3$，$BC=A_1B_1=5$，$AA_1=3$，则六面体 $ABCD\text{-}A_1B_1C_1D_1$ 的体积为（　　）



A. 45　　B. 47

C. 60　　D. 75

二、多选题

9. 已知圆柱和圆锥的底面半径相等，高相等，侧面积也相等，则（　　）

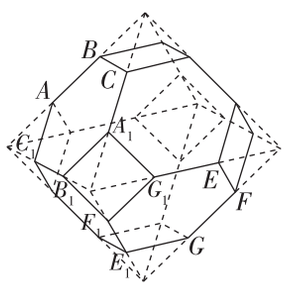
A. 圆柱和圆锥的体积之比为 3

B. 圆柱的底面半径和高之比为 $\sqrt{3}$

C. 圆锥的母线和高之比为 2

D. 圆柱和圆锥的表面积之比为 $\frac{3}{2}$

10. 半正多面体亦称“阿基米德体”，它是以边数不全相同的正多边形为面围成的多面体. 某半正多面体由 6 个正方形和 8 个正六边形构成，其也可由正八面体（由八个等边三角形构成，也可以看作上、下两个正四棱锥黏合而成）切割而成. 在如图所示的半正多面体中，若其棱长为 1，则下列结论正确的是（　　）



A. AB//GF

B. 若平面 $ABCA_1B_1C_1\cap$ 平面 $EFGE_1F_1G_1=l$，则 A_1B_1//l

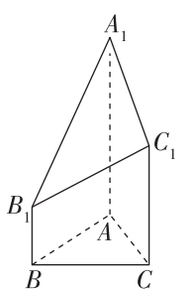
C. 该半正多面体的体积为 $\frac{7\sqrt{2}}{2}$

D. 该半正多面体的表面积为 $6+12\sqrt{3}$

三、填空题

11. [2026·福建福州模拟] 已知圆锥的顶点为 P，底面圆心为 O，PA，PB 为圆锥的母线，$\angle AOB=120°$，且二面角 $P\text{-}AB\text{-}O$ 的平面角为 60°. 若 $\triangle PAB$ 的面积等于 $6\sqrt{3}$，则圆锥的体积为_____.

12. 如图，在几何体 $ABC\text{-}A_1B_1C_1$ 中，侧棱 AA_1，BB_1，CC_1 均垂直于底面 ABC，已知 $AB=BC=AC=CC_1=4$，$BB_1=2$，$AA_1=6$，则该几何体的体积为_____.



基础教育行业专用品牌 — SINCE 1992 — 30年专注教育行业

小题 16　空间几何体与球的切接问题

（时间：30 分钟　分值：62 分）

一、单选题

1. [2026·河北雄安三模] 在长方体 $ABCD\text{-}A_1B_1C_1D_1$ 中，$AB=BC=2$，$CC_1=4$，则该长方体外接球的表面积为（　）

A. 12π　　B. 16π　　C. 24π　　D. 32π

2. [2026·山东滨州一模] 已知圆锥的底面半径为 $\sqrt{3}$，且此圆锥内切球的体积为 $\frac{4\pi}{3}$，则该圆锥的侧面积为（　）

A. $\sqrt{3}\pi$　　B. 3π　　C. $2\sqrt{3}\pi$　　D. 6π

3. 某器具的形状可以看作一个球被一个棱长为 8 的正方体的六个面所截后剩余的部分，球心与正方体的中心重合，若一个截面圆的面积为 9π，则该球的表面积是（　）

A. 72π　　B. 90π

C. 100π　　D. 120π

4. 已知正三棱台 $ABC\text{-}A_1B_1C_1$ 的高为 5，$AB=3\sqrt{3}$，$A_1B_1=6\sqrt{2}$，则该正三棱台外接球的表面积为（　）

A. 68π　　B. 88π　　C. 96π　　D. 100π

5. [2026·四川遂宁模拟] 在三棱锥 $P\text{-}ABC$ 中，$PA\perp$ 平面 ABC，$AB=BC$，$\angle ABC=90^\circ$，$PA=2AC$，三棱锥 $P\text{-}ABC$ 的体积为 $\frac{4}{3}$，则三棱锥 $P\text{-}ABC$ 外接球的表面积是（　）

A. 20π　　B. 18π

C. 16π　　D. 12π

6. [2026·湖北武汉三模] 若在表面积为 6π 的圆柱内放入一个球，则该球的体积的最大值为（　）

A. $\frac{2\pi}{3}$　　B. $\frac{4\pi}{3}$　　C. $\frac{8\pi}{3}$　　D. $\frac{16\pi}{3}$

7. [2026·湖北十堰一模] 已知正四面体 $ABCD$ 各条棱的中点都在球 O 的球面上，则球 O 的表面积与该正四面体的表面积之比为（　）

A. $\frac{2\sqrt{3}\pi}{3}$　　B. $\frac{\sqrt{3}\pi}{9}$　　C. $\frac{\sqrt{3}\pi}{6}$　　D. $\frac{\sqrt{3}\pi}{36}$

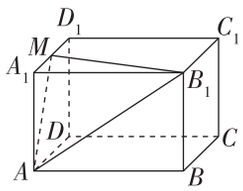
8. [2026·山东烟台二模] 在三棱柱 $ABC\text{-}A_1B_1C_1$ 中，$AB\perp BC$，B_1 在底面 ABC 内的射影为 AC 的中点，$AC=2\sqrt{2}$，$AA_1=\sqrt{6}$. 若 M 为底面 $A_1B_1C_1$（不含边界）内的动点，则三棱锥 $M\text{-}ABC$ 外接球的表面积的取值范围为（　）

A. $(9\pi,33\pi)$　　B. $(9\pi,41\pi)$

C. $(24\pi,33\pi)$　　D. $(24\pi,41\pi)$

二、多选题

9. [2026·山东泰安一模] 如图，在长方体 $ABCD\text{-}A_1B_1C_1D_1$ 中，$AB=3$，$BC=BB_1=2$，点 M 为 A_1D_1 的中点，P 为底面 $A_1B_1C_1D_1$（含边界）内的一个动点，且 $BP\parallel$ 平面 AB_1M，长方体 $ABCD\text{-}A_1B_1C_1D_1$ 的外接球的球心为 O，则下列说法正确的是（　）



A. 球 O 的表面积为 17π

B. 动点 P 的轨迹长度为 $\sqrt{10}$

C. 异面直线 CC_1 与 AP 所成角的正切值的取值范围是 $\left[1,\frac{\sqrt{10}}{2}\right]$

D. 若三棱锥 $A_1\text{-}AMB_1$ 的外接球球心为 E，则 $OE=\frac{1}{2}$

10. [2026·江苏南京二模] 在三棱锥 $P\text{-}ABC$ 中，$AB=2$，$\angle APB=\angle ACB=\frac{\pi}{3}$，$PC\perp$ 平面 ABC，则（　）

A. $\triangle ABC$ 外接圆的直径为 $\frac{4\sqrt{3}}{3}$

B. $PC^2+CA^2+CB^2=\frac{16}{3}$

C. 当 $PC=1$ 时，三棱锥 $P\text{-}ABC$ 的体积取得最大值

D. 三棱锥 $P\text{-}ABC$ 的外接球半径的取值范围是 $\left(\frac{2\sqrt{3}}{3},\frac{\sqrt{15}}{3}\right)$

三、填空题

11. [2026·东北三省三校一模] 圆台的母线长为 3，上、下底面半径之比为 1∶2，则当圆台的体积最大时，圆台外接球的表面积为_____.

12. [2026·河北石家庄二模] 在母线与底面所成的角为 $\frac{\pi}{3}$ 的圆锥内放入三个半径为 1 的球，这三个球两两相切，且均与圆锥的底面和侧面都相切，则圆锥的底面半径为_____；若再放入一个半径为 r 的球，使得它与三个球均相切，且与圆锥的侧面相切，则 $r=$_____.

班级

姓名

答题区 题号

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12

小题 17　空间位置关系

（时间：30 分钟　分值：62 分）

一、单选题

1. [2026·山东青岛一模] 已知 α,β 为两个不同的平面，m 为 α 内的一条直线，则“$m\parallel\beta$”是“$\alpha\parallel\beta$”的（　　）

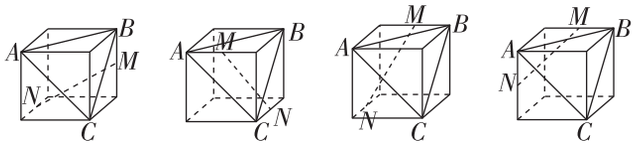
A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充要条件

D. 既不充分也不必要条件

2. 在下列四个正方体中，A,B,C 为正方体的顶点，M,N 为所在棱的中点，则满足直线 $MN\parallel$ 平面 ABC 的是（　　）



A　　B　　C　　D

3. [2026·东北三省三校一模] 设 l,m 是两条不同的直线，α,β 是两个不同的平面，以下说法正确的是（　　）

A. 若 $l\perp m,m\parallel\alpha$，则 $l\perp\alpha$

B. 若 $l\parallel\beta,\alpha\perp\beta$，则 $l\perp\alpha$

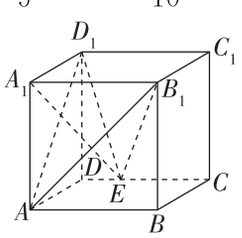
C. 若 $l\perp m,m\perp\beta,\alpha\perp\beta$，则 $l\perp\alpha$

D. 若 $l\perp\beta,m\perp\beta,m\perp\alpha$，则 $l\perp\alpha$

4. [2026·辽宁大连一模] 在四面体 $ABCD$ 中，$AB=AC=AD=BD=CD=2,BC=2\sqrt{2}$，$E$ 为 CD 的中点，则异面直线 BE 与 AD 所成角的余弦值为（　　）

A. $\frac{\sqrt{5}}{10}$　　B. $\frac{\sqrt{5}}{5}$　　C. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$　　D. $\frac{9}{10}$

5. 如图，在正方体 $ABCD\text{-}A_1B_1C_1D_1$ 中，E 是棱 CD（含端点）上的动点，则下列结论不正确的是（　　）



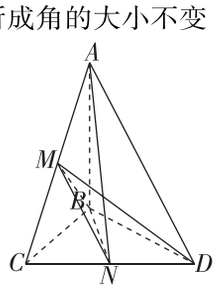
A. $D_1E\parallel$平面 A_1B_1BA

B. $EB_1\perp AD_1$

C. 二面角 $E\text{-}A_1B_1\text{-}A$ 的大小为 $\frac{\pi}{4}$

D. 直线 EB_1 与平面 $ABCD$ 所成角的大小不变

6. 如图，已知在四面体 $ABCD$ 中，$\triangle BCD$ 为等边三角形，$AB=\sqrt{3}$，$\triangle BCD$ 的面积为 $\sqrt{3}$，点 A 在平面 BCD 上的射影为点 B，点 M,N 分别为 AC,CD 的中点，则（　　）



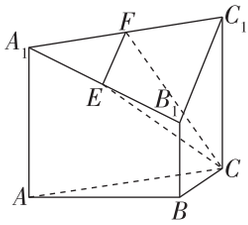
A. MN 与 BD 相交

B. MN 与 AD 异面

C. $BM\perp AN$

D. $DM\perp BN$

7. [2026·河北邢台模拟] 如图，在几何体 $ABC\text{-}A_1B_1C_1$ 中，$\triangle ABC$ 是正三角形，$AA_1=CC_1=AB=8$，$BB_1=4$，$AA_1\parallel BB_1\parallel CC_1$，$AA_1\perp$平面 ABC，E,F 分别为 A_1B_1,A_1C_1 的中点，直线 AB 与平面 EFC 相交于点 M，则 $\frac{AM}{MB}$ 的值为（　　）



A. 2　　B. 3　　C. $\frac{3}{2}$　　D. 4

8. [2026·广东湛江二模] 在长方体 $ABCD\text{-}A_1B_1C_1D_1$ 中，$AB=BC=2,BB_1=4$，N 是 CC_1 的中点，点 P 在棱 A_1D_1（含端点）上运动，则点 P 到平面 ABN 的距离的最大值为（　　）

A. $2\sqrt{2}$　　B. $4\sqrt{2}$　　C. $2\sqrt{3}$　　D. $4\sqrt{3}$

二、多选题

9. [2026·福建福州模拟] 在平行六面体 $ABCD\text{-}A_1B_1C_1D_1$ 中，$\angle DAB=\angle DAA_1=\angle BAA_1=60^\circ$，$AB=AD=AA_1=3$，则（　　）

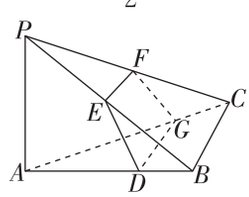
A. $A_1D\perp AC$

B. $BD\perp$平面 ACC_1A_1

C. 直线 A_1B_1 与直线 BC 所成的角为 60°

D. 点 A_1 到平面 $ABCD$ 的距离为 $\frac{3\sqrt{2}}{2}$

10. 在三棱锥 $P\text{-}ABC$ 中，$PA\perp$底面 ABC，$AB\perp BC$，平面 α 分别与棱 AB,PB,PC,AC 相交于点 D,E,F,G，如图所示，记向量 $\boldsymbol{n}$ 为平面 α 的一个法向量，则下列条件中，使 $DE\perp DG$ 的有（　　）



A. $\boldsymbol{n}\parallel\overrightarrow{AB}$　　B. $\boldsymbol{n}\parallel\overrightarrow{PC}$

C. $\boldsymbol{n}\parallel\overrightarrow{PB}$　　D. $\boldsymbol{n}\parallel\overrightarrow{AC}$

三、填空题

11. [2026·江苏常州模拟] 已知某圆锥的母线长为 3，记其侧面积为 S，体积为 V，则当 $\frac{V}{S}$ 取得最大值时，母线与底面所成角的大小为_____.

12. [2026·黑龙江齐齐哈尔二模] 如图，在三棱锥 $S\text{-}ABC$ 中，$SA\perp$平面 ABC，$\angle BAC=\frac{2\pi}{3}$，$SA=AC=2,AB=1$，$M,P$ 分别是棱 SC,BC 上的点，且 $\overrightarrow{SM}=\overrightarrow{MC}$，$3\overrightarrow{BP}=2\overrightarrow{BC}$，过点 M,P 的平面与棱 AC 交于点 N，若 $NP\perp BS$，则 $MN=$_____.

